MATHEMATIQUES - 2 IC INSA
TD 1 - EDO LINEAIRES ORDRE 1 : RAPPELS et COMPLEMENTS

Exercice 1
Intégrer les équations différentielles :
(1) $y' + 2y = e^t$
(2) $y' - y = e^t$
(3) $y' + ty = t$
(4) $y' + y = \cos t$
(5) $y' + \tan t \; y = 1, \; t \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$

Exercice 2
1. Soit l'équation différentielle :

$$ty' + y = \frac{2t}{t^2 + 1}$$

1.1. Résoudre l'équation sur les intervalles $I_1 =]0, +\infty[$ et $I_2 =]-\infty, 0[$.
1.2. Montrer qu'il existe une solution unique définie sur $\mathbb{R}$ tout entier.
2. Peut-on faire de même avec l'équation $y' - \frac{1}{t}\, y = 1$?

Exercice 3
Soit l'équation différentielle :

$$t^2 y' - 2ty + t^2 = 0$$

1. Déterminer la famille de solutions y_{C_1} (resp. y_{C_2}) définies sur $I_1 =]0, +\infty[$ (resp. $I_2 =]-\infty, 0[$).
2. Justifier que $\forall C_1, \; C_2 \in \mathbb{R}$, il existe une solution y_{C_1,C_2} définie sur $\mathbb{R}$.
3. Représenter y_{C_1,C_2} pour $C_1, \; C_2 > 0$; pour $C_1 < 0, \; C_2 > 0$.

Exercice 4
Résoudre les équations de Ricatti :
(1) $y(x) - y'(x) = y^2(x) + xy'(x)$
(2) $y'(x) = \frac{-1}{3} y^2(x) - \frac{2}{3}\cancel{x^2}$, en notant que $y(x) = \frac{1}{x}$ est solution particulière.
$\frac{1}{x^2}$